

# La juventud y sus proyectos; La madurez y sus ideales

Sergio Quiroga Sandoval

September 11, 2023

Russell y Shaw buscan describir las matemáticas, el joven Russell desde su apasionado proyecto logicista y el maduro Shaw través de una elección de conceptos comunes en la pluralidad de las teorías de la matemática. Ambos examinan la variedad matemática en detalle para llegar a una descripción al menos aceptable, sin embargo su forma de proceder es distinta. Russell intenta reducir todo a la lógica simbólica y Shaw evidencia una serie de distintas reducciones que siempre fracasan.

## 1 "The principles of mathematics" Bertrand Russell

Un joven apasionado que cree firmemente en su proyecto logicista. Russell define las matemáticas como la clase de las proposiciones de la forma  $p \rightarrow q$ , esto es lo mínimo a lo que se puede llegar después de un análisis extremo de las ideas matemáticas. Tiene los siguientes objetivos:

- Reducir el universo matemático al de la lógica: los *objetos* matemáticos pueden ser definidos a partir de pocos conceptos lógicos fundamentales. Las *propiedades* son deducibles a partir de un pequeño número de principios lógicos fundamentales
- Señalar los residuos del proceso: conceptos fundamentales indefinibles son un residuo necesario del análisis.

### 1.1 El infinito y lo continuo; Un Problema fundamental de la filosofía matemática

Russell percibe una gran importancia en la técnica de Back and forth de Cantor, usada para demostrar que todo conjunto enumerable, no acotado, linealmente ordenado y denso es isomorfo a  $\mathbb{Q}$ . Ver diagrama: ilustración del emparejamiento.

1. Infinitesimales; la negación de la propiedad arquimediana
2. transfinitos; la negación del esquema de inducción

## 2 James Byrnie Shaw

Shaw no comparte la postura de Russell: "La matemática no es solo la ciencia que señala conclusiones necesarias o la clase de las implicaciones formales". Deja en evidencia que la construcción imaginativa, el poder de generalización y la intuición y demás procesos mentales se quedan por fuera con la definición de Russell. Nueva definición: "Las matemáticas son el estudio de construcciones ideales y el descubrimiento posterior de las relaciones entre sus partes, antes desconocidas"

### 2.1 El Quehacer matemático: Principios centrales para Shaw

1. Desarrollo de *estructuras*: Estructuras y sus *objetos*
2. Búsqueda de *invariantes*: variar para ver lo que no cambia", transformar y buscar remanentes.

3. exhibición de *Correspondencias*: relacionar diferentes estructuras en *formas* y *funciones*.

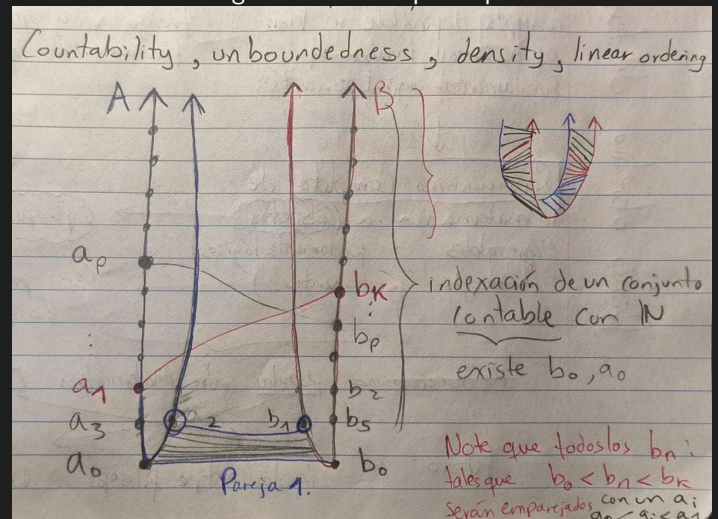
4. *Inversiones*: búsqueda de los inversos y sus tipos.

Cualquier teoría matemática debe evidenciar estos objetos fundamentales, junto con los ideales.

## 3 Preguntas inquietantes

¿Qué características debe tener un concepto para no ser objeto sino ideal?, ¿Cuáles fueron los primeros ideales en matemáticas?, ¿Qué exhiben los ideales de un anillo para tener tal nombre?

Esquema de Back and Forth, dos conjuntos A,B con las propiedades mencionadas, representados en forma de u donde una flecha es el crecimiento y la otra el decrecimiento. Se obtiene una figura con fibras que respetan el orden



Vórtice de creación de estructuras, sus invariantes y correspondencias inspirado en Shaw.

